

**Помагалото е разработено от
образователен център "Искони"
по новия изпитен формат и е
съобразено с изискванията на МОН**

- ✓ Съдържа 5 изпитни теми с надграждане на текущия учебен материал
- ✓ Всички задачи са с отговори и точкуване
- ✓ Към задачите от I и II Модул са приложени упътвания
- ✓ Към задачите от II Модул са приложени подробни решения

Темите са подходящи за

- ✓ пробни изпити в хода на учебната година
- ✓ подкрепа в усвояване на текущия учебен материал
- ✓ самостоятелна подготовка



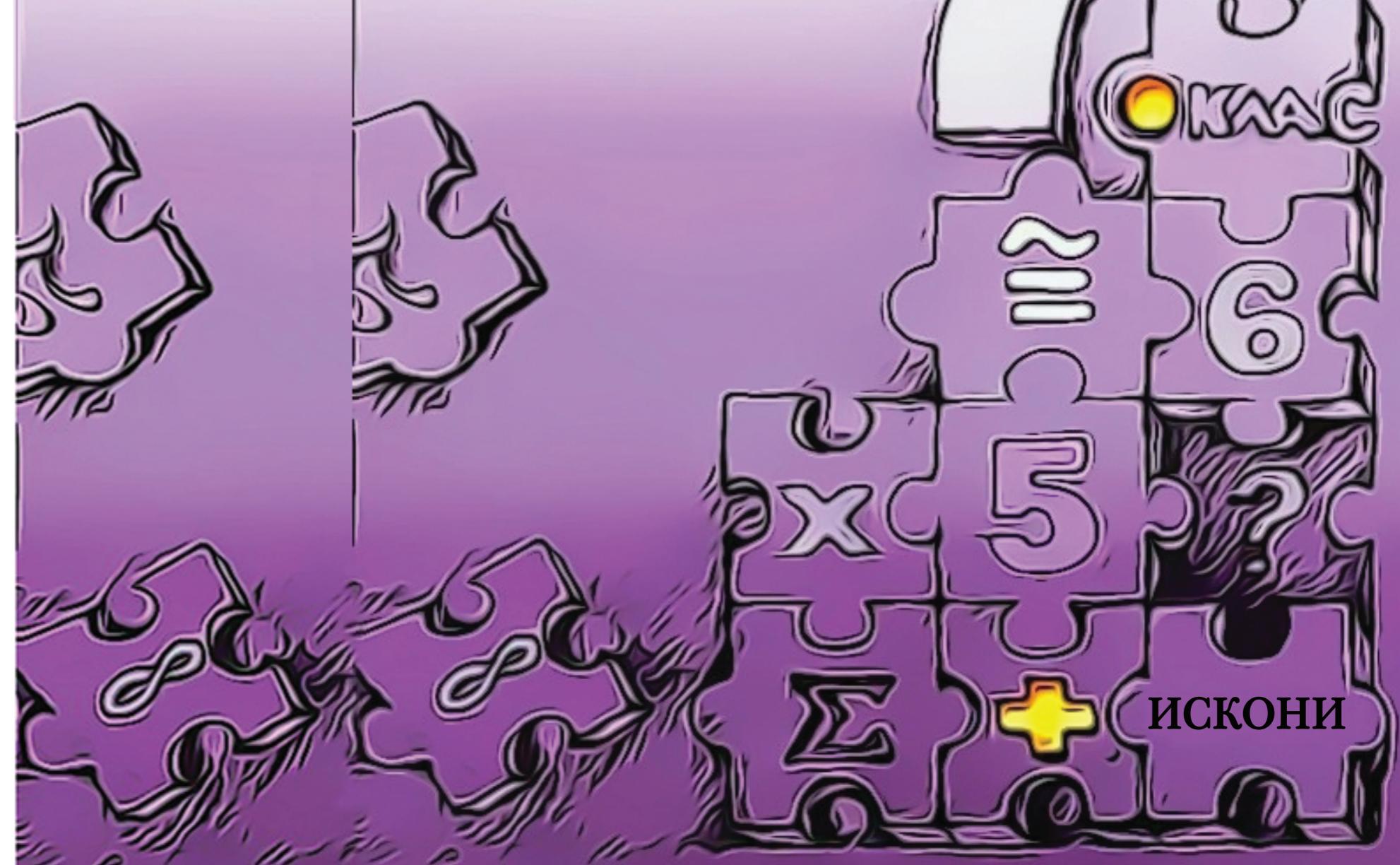
Образователен център "Искони"
София, ул. Княз Борис 107
www.iskonibraz.com

Деян Колев

задачи по теми от учебната програма
с отговори, решения и упътвания

МАТЕМАТИКА

Подготовка за НВО след



Деян Колев

**Подготовка за НВО по математика
след 7-ми клас**

**задачи по теми от учебната програма
с отговори, решения и упътвания**

Подготовка за НВО по математика след 7. клас.

Автор: Деян Колев.

Редактор: Диян Праматаров.

Корица: Данайл Димитров.

Предпечат: архим. Йоан (Филипов).

Издателство: ИСКОНИ.

ISBN: 978-619-92688-0-3

Няколко думи за това помагало

1. Как са подбрани темите?

Темите са структурирани с **натрупване на текущия учебен материал**. Това позволява пробните изпити да започнат още в края на първия учебен срок. Съдържанието на темите по математика е организирано, както следва:

- 1-ва тема: до раздела за „Основни геометрични фигури“ включително. Възможен пробен изпит в края на месец януари.
- 2-ра тема: до раздела за „Еднакви триъгълници“ включително. Възможен пробен изпит в средата на месец март.
- 3-та тема: до раздела за „Успоредник“ включително. Възможен пробен изпит в средата на месец април.
- 4-та и 5-та теми са върху целия учебен материал. Подходящи са за периода от средата на май до самия изпит.

2. Каква е сложността на темите?

Сложността на темите е по-висока от тази на самия изпит. Почти всяка задача съдържа в себе си два или повече мотива. Геометричните чертежи не са предназначени за точни измервания, а са само илюстративен материал и в някои случаи умишлено подвеждащи, с което да подтикнат учениците да не се осланят изцяло на визуалното, но да се ръководят от данните в условието. Целта е задачите да бъдат обучителни, да провокират разсъждението и да развият досетливостта, а не толкова да покажат равнището на ученика съотнесено към изискванията на HBO. В този смисъл е нормално резултатите, които ще постигне ученик върху пробните изпити от това помагало, да бъдат по-ниски от очакваните резултати, които ще постигне на HBO. Такава би следвало да бъде и всяка тренировка и това може да потвърдят всички спортисти, които се готвят за състезание.

3. Кое е **новото, което предлага помагалото в сравнение с останалите на пазара?**

Освен ключ с отговори, точкуване на задачите и пълни решения на II Модул, **почти за всяка задача в помагалото е налично упътване**. Ако ученикът не знае или не е докрай сигурен как да отговори, препоръчваме да не огражда наслуки, а да погледне в упътванията и после отново да опита да вникне в задачата. Със същия подход упътванията могат да послужат и за поправка на срещените задачи. Освен чисто техническите грешки, много често причината учениците да не успяват с дадена задача, е защото не знаят откъде да я започнат. Упътването е „отсъстващият учител“, междинното звено между трудността, която изпитва ученикът, и решението на задачата, и като такова би могло да компенсира липсата

на математически усет. А заедно с това и да се превърне във важна част от самостоятелната подготовка.

С времето у нас се оформи своеобразна традиция в подготовката за НВО – има достатъчно добри помагала на пазара, достатъчно школи, предлагащи пробни изпити, и достатъчно изпитни теми, паднали се през годините. Именно последните определят в най-пълна степен нивото и обхвата на знанията, които ще се изискат от учениците. Ето защо в подготовката за НВО препоръчваме на всеки ученик балансирана комбинация от авторски теми и теми, давани през годините, с акцент все пак върху последните. Затова предлагаме компактно помагало, в което сме постигнали съчетание на разнообразни задачи с повторение на важните моменти, необходими за успешното представяне на изпита.

1. Дадени са три температурни измервания от $+1,5^{\circ}\text{C}$, $-2,5^{\circ}\text{C}$ и -2°C . На колко е равен модулът от средноаритметичната им стойност?

- a) 1°C б) 2°C в) 3°C г) -1°C

2. Кой многочлен трябва да разделим на $x + 7$, за да получим $x - 3$?

- а) $x^2 - 4x - 21$
 б) $x^2 + 4x - 21$
 в) $x^2 + 4x + 21$
 г) $x^2 - 4x + 21$

3. Кой от следните изрази **не е тъждество**?

- а) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 б) $(a + b)(a - b)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4$
 в) $a^2 - b^2 = (a - b)^2 - 2b(b - a)$
 г) $a^3 - b^3 = (a - b)^3 - 3ab(a + b)$

4. Даден е изразът

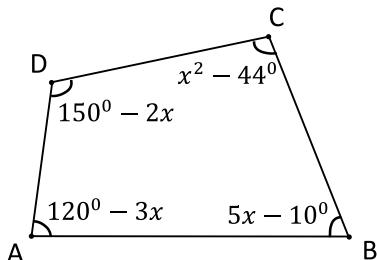
$$\square + 12x + 9 - x^3 - \square - 12x + 8.$$

Кои едночлени трябва да поставим в празните квадратчета, за да получим разлика на точен квадрат и точен куб?

- а) x^2 и $-6x^2$ б) $4x^2$ и $-6x$ в) $4x^2$ и $-6x^2$ г) $4x^2$ и $6x^2$

5. Даден е четириъгълникът $ABCD$. По данните от чертежа определете големината на $\angle ABC$.

- а) 12°
 б) 50°
 в) 60°
 г) 84°



6. Ако p е вероятността да вали, а q – вероятността да не вали през един следобед, и $p > q$, то **вярно** е, че:

a) $\frac{1}{p} > \frac{1}{q}$ б) $\frac{p}{q} < 1$ в) $q < 1 < p$ г) $p + q = 1$

7. Кой от дадените едночлени трябва да се постави на мястото на празното квадратче в израза

$$x^2y^2 - \square - 2x^3y + 4y,$$

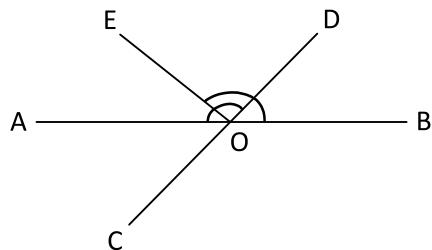
така че полученият многочлен да се разложи чрез групиране?

8. В края на годината размерът на банков депозит е 1236 лв. Ако годишната лихва е 3%, колко бил размерът на депозита в началото на годината?

- a) 1100 лв б) 824 лв
в) 1200 лв г) 1198,92 лв

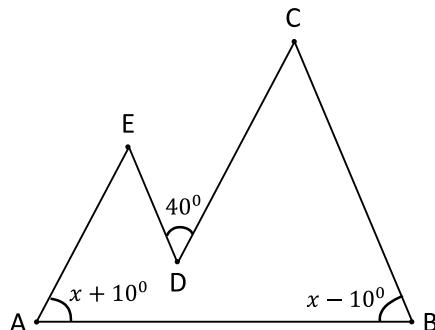
9. Правите AB и CD се пресичат в точка O , както е показано на чертежа. Ако $\angle AOD + \angle COB = 260^\circ$, а $\angle BOE = 150^\circ$, то $\angle DOE$ е равен на:

- a) 110°
б) 100°
в) 90°
г) 50°



10. Ако $AE \parallel CD$ и $DE \parallel BC$, по данните от чертежа определете на колко градуса е равен $\angle BAE$.

- a) 80°
б) 70°
в) 60°
г) 40°



11. Цилиндър и конус имат равни обеми. Ако радиусът на цилиндъра е 2 пъти по-малък от този на конуса, височината на конуса е:

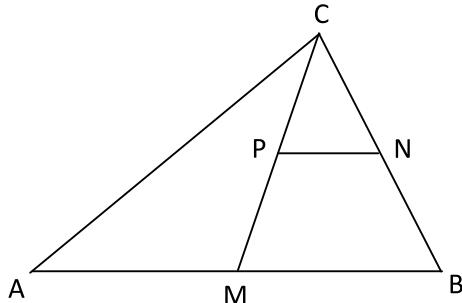
- | | |
|---|---|
| а) $\frac{3}{4}$ от височината на цилиндъра | б) $\frac{4}{3}$ от височината на цилиндъра |
| в) 4 пъти височината на цилиндъра | г) $\frac{3}{2}$ от височината на цилиндъра |

12. Дадена е права призма с основа квадрат. Околният ръб l и основният ръб b са цели числа и $l > b$. Ако околната повърхнина на призмата е 60 см^2 , обемът ѝ е:

- а) 45 см^3 б) 75 см^3 в) 60 см^3 г) не може да се определи

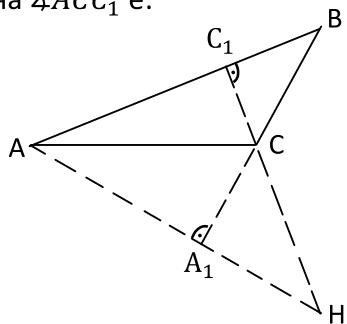
13. В ΔABC т. P е средата на медианата CM , а т. N – средата на страната BC . Ако $S_{MBNP} = 12 \text{ см}^2$, то $S_{\Delta ABC}$ е равно на:

- а) 40 см^2
б) 36 см^2
в) 32 см^2
г) 30 см^2



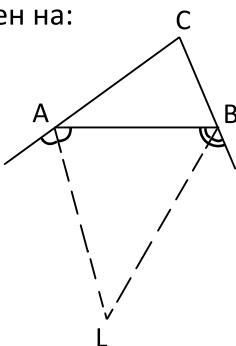
14. Даден е тъпоъгълният ΔABC ($\angle C = 120^\circ$), за който височините AA_1 и CC_1 се пресичат в т. H . Ако $\angle AHC = 35^\circ$, то мярката на $\angle ACC_1$ е:

- а) 85°
б) 65°
в) 60°
г) 55°



15. На чертежа AL и BL са ъглополовящи на външните ъгли при върховете A и B на ΔABC . Ако $\angle ALB = 40^\circ$, то $\angle ACB$ е равен на:

- а) 100°
б) 90°
в) 80°
г) 70°



16. Басейн се пълни през една тръба за 10 минути, през друга се пълни за 15 минути, а през трета се източва за 5 минути. За колко време ще се напълни басейнът, ако и трите тръби работят едновременно?

- а) 30 минути
- б) 22 минути
- в) 20 минути
- г) басейнът никога няма да се напълни

17. Лодка се движи по течението на река с 25 км/ч, а срещу течението – с 19 км/ч. Ако от лодката се отдели спасителен пояс и той се носи по течението на реката в продължение на 5 часа, какво разстояние ще измине за това време?

- а) 15 км
- б) 30 км
- в) 20 км
- г) 10 км

18. В сплав на злато и сребро отношението на благородните метали е както 2 : 3, а в друга сплав златото е едва 10%. Колко процента ще бъде съдържанието на злато в трета сплав, съставена от горните две, ако от първата вземем 2 пъти повече количество, отколкото от втората?

- а) 45%
- б) 40%
- в) 30%
- г) 20%

19. Захарността на пченен мед към тази на плодов нектар се отнасят както 5 : 1. Ако в 96 грама мед има 72 грама захар, колко процента е захарта в плодовия нектар?

- а) 12%
- б) 15%
- в) 16%
- г) 20%

20. Един от корените на уравнението $3x^3 + 3x^2 - 60x = 0$ е дължината на правоъгълник. Ако диагоналът на правоъгълника е 5 см, обиколката и лицето му са съответно:

- а) 18 см и 20 см^2
- б) 16 см и 15 см^2
- в) 20 см и 18 см^2
- г) 14 см и 12 см^2

21. Решете уравненията от таблицата и открийте, ако има еквивалентни между тях.

1)	$x^3 = 4x$	4) $(x + 1)(x^2 - x + 1) + 3x(x + 1) = (x + 1)^3$
2)	$(x - 6)(x + 6) = (x - 2)^2$	5) $\frac{x-2}{2} + \frac{2,5+3x}{6} = \frac{1+4x}{4}$
3)	$ x^2 - 2 = 2$	6) $10x = \frac{(-12)^4 \cdot 2^{-6}}{81} + \frac{(-4)^5}{4^4}$

22. Земеделец имал два хамбара: в единия събидал жито за бедните, в другия – за продажба. В края на годината земеделецът установил, че хамбарът за благотворителност е пълен на 10%, а този за продажба – на 60%. Затова прехвърлил 20 тона жито в по-празния хамбар и количествата се изравнили. Ако хамбарите имат еднаква вместимост, пресметнете:

- а) колко тона жито побират хамбарите и колко тона е имало в тях преди и след прехвърлянето;
- б) на колко процента са пълни хамбарите след прехвърлянето;
- в) ако добивът на жито за следващата година е $\frac{3}{2}$ от вместимостта на единия хамбар и се отнася към потреблението на жито както 4 : 3, намерете колко тона жито ще има в хамбарите в края на следващата година, ако земеделецът отново иска да разпредели количеството по равно.

23. Даден е $\triangle ABC$, за който CL и CD са съответно вътрешна и външна ъглополовящи при върха C ($L \in AB$ и $D \in AB$), AE е ъглополовяща на $\angle A$ ($E \in CD$), а CH е височина ($H \in AB$). Ако $AE \times CL = t$. О, $\angle BCH = 10^\circ$ и $\angle CAE : \angle BCD = 1 : 3$, намерете:

- а) $\angle ABC$, $\angle AOC$ и $\angle AEC$;
- б) ъглите на $\triangle ACD$.

ЛИСТ ЗА ОТГОВОРИ

- | | |
|---|---|
| 1. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 11. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 2. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 12. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 3. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 13. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 4. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 14. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 5. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 15. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 6. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 16. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 7. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 17. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 8. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 18. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 9. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 19. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |
| 10. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г | 20. <input type="radio"/> А <input type="radio"/> Б <input type="radio"/> В <input type="radio"/> Г |

Работа с упътванията

Когато се затруднявате при решението на дадена задача, прочетете упътването до първата стрелка. Ако все още не се сещате как да решите задача, прочетете и втората (ако има такава). Ако все още не се досещате за пълното решение, прочетете и третата. И така до края. Постъпвайки по този начин, ще решите задачата възможно най-самостоятелно.

Упътвания тема 1

1. задача

→ Средноаритметично = $\frac{\text{сбор}}{\text{брой}}$;

→ Модулът се прилага само върху една стойност (а не върху сбор или разлика от числа) и я прави винаги положителна.

2. задача

$$\rightarrow \frac{?}{x+7} = x - 3 \Leftrightarrow ? = \dots$$

4. задача

→ Задачи за разлагане с формули. Формулите за 2-ра и 3-та степен условно имат три части: начало, среда и край. С наличните две части правим предположение, изхождайки от конкретната формула, а с третата част проверяваме предположението;

→ Извадете минус пред скоби за последните четири събирами.

5. задача

→ Сбор от ъглите на четириъгълник = 360^0 ;

→ В едно уравнение, ако след приведение x от 2-ра степен не се унищожи, трябва да

оставим 0 от едната страна на уравнението, а другата страна да разложим на множители;

→ Разлагане чрез формули за съкратено умножение.

6. задача

→ Може да решите задачата по метода на изключване, като работите с отговорите;

→ Изходящи от определението за вероятност, изберете произволни числа за p и q и проверете всяка от подточките.

7. задача

→ Работете с отговорите.

8. задача

→ Формула за лихва:

$$\begin{aligned} \text{начален капитал} + \text{лихвен \% . начален капитал} \\ = \text{краен капитал} \end{aligned}$$

→ Възможна е работа с отговорите.

9. задача

→ Използвайте свойството на противоположните ъгли и намерете $\angle AOD$;

→ Използвайте свойството на съседните ъгли и намерете $\angle DOB$;

→ Представете $\angle DOE$ като разлика от ъгли.

10. задача

→ Продължете DE или DC така, че да пресече AB и да се образува триъгълник;

→ Използвайте свойствата на кръстните и съответните ъгли при пресичането на две успоредни прости с трета;

→ Използвайте теоремата за сбор от ъгли в триъгълник.

11. задача

→ Означете радиуса на конуса с подходящо примерно число и изразете от него радиуса на цилиндъра;

→ Приравнете двета обема.

12. задача

→ Разпишете подробно формулата за околната повърхнина на призма, като съобразите, че основата е квадрат;

→ Представете числото 60 като произведение от три цели числа и съобразете кое от тях отговаря за околнния и кое за основния ръб.

13. задача

→ Свържете M с N ;

→ Означете лицето на ΔCPN с x ;

→ Изразете чрез x лицето на $MBNP$ и го намерете, като използвате, че медианите създават равнолицеви триъгълници;

→ Изразете чрез x лицето на ΔABC и заместете с намерената стойност.

14. задача

→ Използвайте теоремата за сбор от ъгли в триъгълник и свойството на противоположни ъгли.

15. задача

→ Използвайте зависимостта на ъглите, получени при пресичането на ъглополовящи на два вътшни ъгъла на триъгълника: ако $\angle C = x$, то $\angle L = 90^\circ - \frac{x}{2}$.

16. задача

→ Означете времето за работа на трите тръби с x и съставете уравнение, като съобразите, че тръбата, която източва басейна, работи „против“ другите две тръби.

17. задача

→ Определете скоростта на течението от формулата

$$v_{\text{течението}} = \frac{v_{\text{по течението}} - v_{\text{срещу течението}}}{2}$$

→ Съобразете, че скоростта на спасителния пояс съвпада със скоростта на водата.

18. задача

→ Намерете процентното съдържание на злато в първата сплав, като въведете една равна част;

→ Отбележете взетото количество от втората сплав с x (или с произволно число) и съставете уравнение за количеството злато:

$$\text{злато I сплав} + \text{злато II сплав} = \text{злато III сплав}$$

19. задача

→ Използвайте формулата

$$\% = \frac{\text{частта от цялото}}{\text{цялото}} \cdot 100$$

за да определите захарността на меда.

→ Използвайте правилото на пропорциите, за да определите захарността на нектара.

20. задача

→ Извадете общ множител пред скоби;

→ Разложете израза в скобите чрез подходящо представяне на средното събираме като сбор или разлика от множителите на последното и намерете корените на уравнението;

→ Съобразете кой от корените е единствената възможна дължина;

→ За намиране на ширината използвайте Питагоровата теорема.

21. задача

1)

→ Преместете всички изрази от едната страна на уравнението, а от другата да остане нула;

→ Разложете на множители, като последователно откриете общ множител и след това формула за съкратено умножение.

6)

→ Разложете 12 и 81 на прости множители и след това приложете правилата за степенуване. Сведете дробния израз до степени с равни основи, за да съкратите.

22. задача

a)

→ Отбележете с x вместимостта на всеки от хамбарите;

→ Изразете на колко % от x е пълен всеки от хамбарите;

→ Приравнете количествата жито в двата хамбара, като намалите това за продажба с толкова тона, колкото увеличите това за благотворителност;

в)

→ Намерете добива на жито за следващата година;

→ Намерете потреблението на жито за следващата година, като използвате правилото на пропорциите;

→ Намерете остатъка от жито в края на следващата година като разлика между добива и потреблението.

→ Разделете остатъка на две за всеки от хамбарите и добавете към резултата от подточка а).

23. задача

а)

→ Използвайте теоремата за сбор от ъгли в ΔBCH ;

→ Използвайте последователно теоремата за сбор от ъгли в ΔAOC и ΔABC , за да намерите общия сбор на $\angle CAO$ и $\angle ACO$;

→ Намерете $\angle COE$ и използвайте, че ъглополовящите на съседни ъгли сключват прав ъгъл;

б)

→ Въведете една равна част x и използвайте свойството на пропорциите, за да изразите чрез x $\angle CAB$ и $\angle BCN$;

→ Използвайте теорема за външен ъгъл в ΔABC и намерете x .

Примерни решения на задачи 21., 22. и 23.
от тема 1

21.

$$1) \quad x^3 = 4x$$

$$x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x(x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 2$$

$$2) \quad (x - 6)(x + 6) = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 36 = x^2 - 4x + 4$$

$$4x = 36 + 4 = 40$$

$$x = 40 : 4 = 10$$

$$3) \quad |x^2 - 2| = 2$$

I случай:

$$x^2 - 2 = 2$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 2$$

II случай:

$$x^2 - 2 = -2$$

$$x^2 = 0$$

$$x_3 = 0$$

$$4) \quad (x + 1)(x^2 - x + 1) + 3x(x + 1) \\ = (x + 1)^3$$

$$x^3 + 1^3 + 3x^2 + 3x = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$1 = 1 \Rightarrow \forall x \text{ е решение}$$

$$5) \quad \underbrace{\frac{6}{x-2} + \frac{2}{2,5+3x}}_{12} = \frac{3}{1+4x}$$

$$6(x - 2) + 2(2,5 + 3x) = 3(1 + 4x)$$

$$6x - 12 + 5 + 6x = 3 + 12x$$

$$6x + 6x - 12x = 3 + 12 - 5$$

$$0x = 10 \Rightarrow \text{няма решение}$$

$$6) \quad 10x = \frac{(-12)^4 \cdot 2^{-6}}{81} + \frac{(-4)^5}{4^4}$$

$$10x = \frac{12^4}{3^4 \cdot 2^6} - \frac{4^5}{4^4}$$

$$10x = \frac{(3 \cdot 2^2)^4}{3^4 \cdot 2^6} - 4$$

$$10x = \frac{\cancel{3^4} \cdot 2^{8^2}}{\cancel{3^4} \cdot 2^6} - 4$$

$$10x = 4 - 4 = 0$$

$$x = 0 : 10 = 0$$

$\Rightarrow 1)$ и $3)$ са еквивалентни

22.

a) x – вместимостта на всеки от хамбарите

в края на годината:

хамбар за благотворителност $= 10\% \cdot x$

хамбар за продажба $= 60\% \cdot x$

$$\Rightarrow 60\% \cdot x - 20 \text{ т} = 10\% \cdot x + 20 \text{ т}$$

$$\frac{60}{100}x - 20 = \frac{10}{100}x + 20 \quad / \cdot 10$$

$$6x - 200 = x + 200$$

$$6x - x = 200 + 200$$

$$5x = 400$$

$$x = 400 : 5 = 80$$

$\Rightarrow 80$ тона побира всеки от хамбарите

$\Rightarrow \frac{10}{100} \cdot 80 = 8$ тона – в хамбара за благотворителност преди прехвърлянето;
 $8 + 20 = 28$ тона – след прехвърлянето

$\frac{60}{100} \cdot 80 = 48$ тона – в хамбара за продажба преди прехвърлянето;
 $48 - 20 = 28$ тона – след прехвърлянето

№	Ключ тема 1	точки
1	а	3
2	б	2
3	г	2
4	в	2
5	б	2
6	г	5
7	б	4
8	в	3
9	б	3
10	а	3
11	а	4
12	а	3
13	в	3
14	б	2
15	а	4
16	г	3
17	а	4
18	в	4
19	б	5
20	г	4
Общ брой точки I Модул		65
21.	За решение на всяко от уравненията от 1) до 6) – по 1,5 точки	9
	За извод кои от уравненията са еквивалентни	1
	Общ брой точки	10

22.	а)	За намиране вместимостта на хамбарите	5
		За намиране количеството жито в хамбарите преди и след прехвърлянето	2
	б)	За намиране до колко процента хамбарите са били запълнени след прехвърлянето	1
		За намиране добива на жито за следващата година	1
		За намиране потреблението за следващата година	1
		За намиране остатъка от жито поотделно за двата хамбара	2
		За намиране количеството жито в двата хамбара в края на следващата година	1
	Общ брой точки		13
	а)	За правдоподобен чертеж	1
		За намиране $\triangle ABC$	1
		За намиране $\triangle AOC$	2,5
		За намиране $\triangle AEC$	2,5
23.	б)	За въвеждането на една равна част x и съставяне на уравнение	1
		За намиране на една равна част x след решаване на уравнението	1
	За намиране ъглите на ΔACD		3
	Общ брой точки		12
	Общ брой точки II Модул		35
Общ брой точки I и II Модул		100	